

几种压电网络用于叶盘结构减振的机理分析

李琳^{1,3}, 张凤玲^{1,2}, 范雨^{1,3}

- (1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;
2. 沈阳航空航天大学 辽宁省航空推进系统先进测试技术重点实验室, 沈阳 110136;
3. 北京航空航天大学 航空发动机结构强度北京市重点实验室, 北京 100191)

摘 要: 针对几种有望用于叶盘结构等循环对称结构减振的压电网络技术开展机理研究。为说明能量耗散及能量平衡两种不同的机理对减振、抑振效果的影响,基于集总参数模型对带有分支、并联网络、串联网络 3 类电路的叶盘结构开展了数值研究。对比了 3 类电路在谐调和失谐叶盘上所能达到的最佳减振效果及其随着失谐强度变化的规律,展示压电网络中能量耗散机理的作用。在非周期压电网络中加入了电阻,讨论了两种机理的共同作用。还给出了非周期压电网络最佳连接方式选择的定性建议。研究发现:将所有压电片连接到同一个网络并不能显著增加阻尼性能。在失谐叶盘上找到了无任何电路元件且只含少量叶片的非周期压电网络的最佳连接形式,说明了能量分配机理的作用。可以做到只将少数叶片连入网络(例如 24 个叶片中的 2 个或 4 个),无需加入任何电路元件就可以达到降低失谐响应放大效应的作用。

关 键 词: 振动抑制; 压电网络; 压电分支; 失谐叶盘; 模态机电耦合系数; 阻尼性能; 能量平衡

中图分类号: V232.4; TB535⁺.1 **文献标志码:** A

Analysis on mechanism of several piezoelectric networks for vibration reduction of bladed disks

LI Lin^{1,3}, ZHANG Fengling^{1,2}, FAN Yu^{1,3}

- (1. School of Energy and Power Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;
2. Key Laboratory of Advanced Measurement and Test Technique for Aviation Propulsion
System, Liaoning Province, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China;
3. Beijing Key Laboratory of Aero-engine Structure and Strength,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: The mechanisms of piezoelectric networks were further analyzed for the vibration reduction of cyclic periodic structures such as bladed disks. To illustrate how the energy dissipation and energy balance mechanisms affect the reduction of vibration, numerical studies were conducted based on a lumped parameter model to compare the performance of shunt circuits, parallel network and series network. The best damping performance of such three circuits were compared in both tuned and mistuned cases with varied mistune strength. This

收稿日期: 2020-03-09

基金项目: 国家自然科学基金(51675022,11702011); 航空科学基金(2019ZB051002)

作者简介: 李琳(1956—),女,教授、博士生导师,博士,主要从事航空发动机结构振动分析及抑制等研究。

通信作者: 范雨(1987—),男,副教授,博士,主要从事智能结构动力学研究。E-mail:fanyu04@buaa.edu.cn

引用格式: 李琳,张凤玲,范雨. 几种压电网络用于叶盘结构减振的机理分析[J]. 航空动力学报,2020,35(5):897-908. LI Lin, ZHANG Fengling, FAN Yu. Analysis on mechanism of several piezoelectric networks for vibration reduction of bladed disks[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(5): 897-908.

illustrated the effects of the energy dissipation. The resistance was introduced to the acyclic network to illustrate the combined action of energy balance and energy dissipation. The qualitative suggestions on the choice of blades to construct an acyclic network was given as well. Results showed that interconnecting all blades to a global piezoelectric network cannot increase the damping performance. The optimal networks were found with only few blades included and without any electric impedance, and this illustrated the effects of energy balance. Vibration reduction can be achieved by only interconnecting few blades (2 or 4 of the overall 24 blades) into the network without any electric components.

Key words: vibration control; piezoelectric network; piezoelectric shunt; mistuning bladed disk; modal electromechanical coupling factor; damping performance; energy balance

叶盘结构是航空发动机的关键部件之一,其结构可靠性直接影响着整机的可靠性和安全性。除了旋转流场在每个叶片上产生的空间分布的宽频、多阶次激振力,由于加工、磨损或人为错频等导致的“失谐”(各扇区力学参数的小量差别)还使得叶盘结构不再是理想状态下的循环周期结构。由失谐引发的模态振型局部化使得“三重点”原则不再严格适用,即大部分叶盘模态不再具有单一的节径数,也就可以被多种阶次激励所激起了^[1]。这些局部化的模态振动叠加起来,还极有可能导致“响应放大”现象,即个别叶片的振动水平将远大于谐调叶盘结构^[2]。因此,叶盘结构可以说是航空发动机中振动问题最突出的结构件之一。

根据振动理论,如果可以为工作频带内的所有模态提供足够的阻尼,结构的受迫振动就能得到较好的抑制。目前工程上多采用叶冠、榫槽、凸肩、摩擦块等的干摩擦耗能机理为叶盘结构提供阻尼^[3-4]。干摩擦阻尼器可工作于高温环境,因此同时适用于压气机与涡轮叶盘。但随着整体叶盘结构、复材叶片等的大量运用,零件之间的摩擦界面将大大较少,干摩擦阻尼的实施将受到限制。为此,研究人员为叶盘结构提出了各种阻尼技术。其中最具代表性的是近30年来得到迅猛发展的压电分支阻尼(piezoelectric shunt damping)技术,它也被广泛认为是最有可行性的航空发动机(尤其是风扇)叶片/叶盘未来阻尼技术之一^[5-10]。

压电分支阻尼的主要原理是:在结构上的适当位置铺设压电材料,并在压电材料的两极接入分支电路;由于压电材料的双向机电耦合效应,分支电路中的电阻就可以消耗掉一部分从机械场转换而来的电能——这就相当于在结构中引入了一定的阻尼。然而,纯电阻分支电路的阻尼作用是

很弱的^[11],为了增强其减振性能,还需要优化压电材料的布置位置^[12]、或引入电感(由于需求感抗较大,通常是用模拟电路合成^[13])、负电容^[14]、同步开关^[15]等更复杂的电路。基于较真实叶盘模型的压电材料布置位置拓扑优化^[16-17]表明,在使用叶片质量10%的压电材料且布置在最佳位置的前提下,电感-电阻分支最佳可以为多个模态提供约12%的阻尼比,电阻分支的最佳模态阻尼比则为3%左右。对比研究^[18]表明,在附加质量相同的情况下,具有同步开关的分支电路比干摩擦阻尼具有更好的多模态减振效果。关于压电分支阻尼的性能,国内外学者不仅在梁、板等简单结构上进行了大量的机理验证实验^[11-15],甚至已经有基于真实发动机风扇叶片^[7-9]及叶盘结构^[10]的验证实验见于文献报道。

根据弹性波传导理论,周期结构(理想叶盘)中出现的失谐可以使得Bloch波在其通带中不再具有100%的传递率;Bloch波在各扇区间的反射可导致模态振动的局部化^[19],因此加剧了叶盘结构中某些叶片的响应幅值。模态局部化和响应放大的程度与失谐参数在各扇区间的分布(失谐模式)密切相关^[1-2]。因此,另一种抑制叶盘结构振动的思路是:通过重新排列失谐的叶片或人为地引入新的失谐量(比如稍改变叶型等),使得叶盘结构在新的失谐模式下不再有剧烈的响应放大,称为“主动失谐”技术^[20-22]。这一思路尤其适用于由于空间、附加质量或工艺等限制无法为叶盘结构提供足够阻尼的情形。

利用压电材料及外接电路,也可以调控弹性波传导特性,从而降低结构的响应幅值。为此,需要将分布于各扇区的压电材料连接到同一个网络电路中,称为“压电网络”(piezoelectric network)。这样,就在“叶片-轮盘-叶片”能量传导路

径之外,建立新的“叶片-电路-叶片”路径。这个新的传导路径可以将局部化在个别叶片上的一部分机械能重新分配到各扇区,从而在一定程度上降低振动局部化和响应放大。压电网络抑制叶盘结构振动的效果已经在国内外多个团队开展的数值^[23-26]和实验^[25-27]研究中得到了证明。

然而,现有文献在对压电网络减振效果的论证时,均在电路中加入电阻^[23-27],甚至还考虑电感^[24-26]。这同时赋予了压电网络能量耗散和分配两个特性——这诚然可认为是在叶片中引入压电材料的优势——但却无法准确地区分两种机理分别在最终减振效果中起到的作用。这就无法定量地了解压电片的相互连接到底是增加了电阻的耗能(能量耗散)还是增加了扇区间的能量交换(能量分配)。此外,在网络电路的形式上,均考虑周期性的电路连接,即将所有叶片连接到同一个网络,或将每隔几个固定数量的叶片连接到同一个网络(bi-periodic piezoelectric network, 双周期压电网络)。对这种连接方式的必然性未进行充分地论证。尤其是针对一个具有特定失谐模式的叶盘结构,是否可以仅将少量压电片互连起来就可以达到振动抑制效果,这一问题未能得到进一步的探讨。

针对上述压电网络用于叶盘结构减振的机理问题,本文基于集总参数模型对带有分支、并联网络、串联网路3类电路的叶盘结构开展了数值研究。首先,从模态特性出发,采用模态机电耦合系数作为指标,对比了3类电路在谐调和失谐叶盘上所能达到的最佳减振效果及其随着失谐强度变化的规律。其次,从响应特性出发,对比了电阻型压电分支和并联网络对于失谐叶盘响应放大的抑制效果。通过这两方面的数据展示压电网络中能量耗散机理的作用。然后,在失谐叶盘上找到了无任何电路元件的2叶片和4叶片压电网络的最

佳连接形式;与前述结果对比,说明能量分配机理的作用;还给出了非周期压电网络最佳连接方式选择的定性建议。最后,在非周期压电网络中加入了电阻,讨论了两种机理的共同作用情况。

1 压电叶盘的动力学模型

出于展示一般规律的目的,采用如图1所示的集总参数模型开展研究。其中,每个叶片扇区(设为第 j 个)用3个自由度描述,其中 $x_{2,j}$ 和 $x_{3,j}$ 描述叶片的振动; $x_{1,j}$ 描述轮盘的振动; k_1 和 k_d 是轮盘的刚度系数; m_1 是轮盘的质量; k_2 和 k_3 是叶片的刚度系数; m_2 和 m_3 叶片的质量; c_2 和 c_3 叶片的阻尼系数。压电材料的机电耦合作用使得弹簧 k_2 的变形与外接电路的电压相关联,压电材料的机械刚度计入弹簧刚度 k_2 中。激振力只作用于 $x_{3,j}$ 上,用 $f_{3,j}(t)$ 表示。

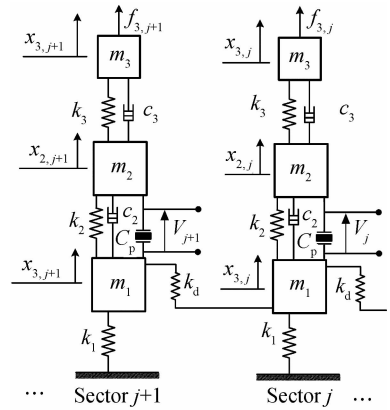


图1 叶盘结构集总参数模型(的两个相邻扇区)
Fig. 1 Considered lumped parameter model for the bladed disk (two consecutive sections are shown)

根据力法或能量法,可以列出描述上述集总参数模型的动力学方程组为

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_{1,j} + c_2 \dot{x}_{1,j} - c_2 \dot{x}_{2,j} + (k_1 + 2k_d + k_2)x_{1,j} - k_d x_{1,j+1} - k_d x_{1,j-1} - k_2 x_{2,j} - \eta V_j = 0 \\ m_2 \ddot{x}_{2,j} + (c_2 + c_3) \dot{x}_{2,j} - c_2 \dot{x}_{1,j} - c_3 \dot{x}_{3,j} + (k_2 + k_3)x_{2,j} - k_2 x_{1,j} - k_3 x_{3,j} + \eta V_j = 0 \\ m_3 \ddot{x}_{3,j} + c_3 \dot{x}_{3,j} - c_3 \dot{x}_{2,j} + k_3 x_{3,j} - k_3 x_{2,j} = f_{3,j}(t) \\ \eta x_{1,j} - \eta x_{2,j} + C_p V_j = Q_j \end{cases} \quad (1)$$

其中 $j=0,1,\dots,N-1$;第0扇区与第 $N-1$ 扇区通过轮盘刚度相连,因此当 $j=0$ 时,方程中的下标 $(j-1)$ 用 N 替换,当 $j=N-1$ 时,方程中的下标 $(j+1)$ 用 0 替换; η 是压电材料的力系数,表达的是单位电压产生的作用力; C_p 是压电材料的本征电容; V_j 是压电片两端的电压差(正方向如图1所示); Q_j 是电量(关于时间的1阶导数为电流)。

式(1)描述的是各分支开路的情形,当外接电路时,还需补充不同电场的方程,与式(1)一起构成可定解的动力学方程组。

对于分支电路(图2(a)),各扇区压电片的外接电路互不相连且各自闭合(各分支中的电路用导纳 Y_1 表示),须补充条件

$$Q_j = -Y_1 V_j \quad j = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

对于串联网路电路(图 2(b)),各扇区压电片的正负极与导纳 Y_1 顺次相连。根据基尔霍夫定理,流经所有压电片的电流相等(用电量 Q 表示),且整个回路中的电压降为零,则须补充

$$Q_j = Q \quad j = 0, 1, \cdots, N-1 \quad (3)$$

$$\sum_{j=0}^{N-1} V_j + N \frac{Q}{Y_1} = 0 \quad (4)$$

对于并联分支电路(图 2(c)),各扇区压电片的正负极在串联导纳 Y_1 后再并联,同时还考虑了网络电路两极之间的导纳 Y_2 。则需补充

$$Q_j = Y_1 (V_p - V_j) \quad j = 0, 1, \cdots, N-1 \quad (5)$$

$$\sum_{j=0}^{N-1} Y_1 (V_p - V_j) + N Y_2 V_p = 0 \quad (6)$$

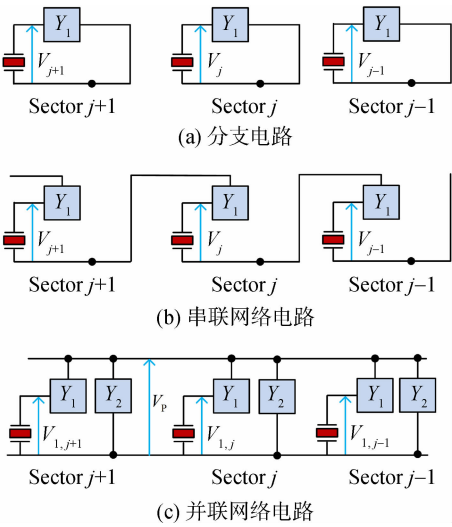


图 2 叶盘结构各扇区压电片外接电路的示意图
Fig. 2 Illustration of the shunted circuits of each sector piezoelectric patches of bladed disk

式(1)描述的是谐调叶盘结构,即各扇区处于同等位置上的力学参数相同。为了考虑失谐,需要将一些参数的名义值之外加入一个随扇区变化的量。在本文中考虑叶片刚度(k_2 和 k_3)的失谐,因此,在需要引入失谐时须将式(1)中的参数作如下代换:

$$\begin{cases} k_2 \rightarrow (1 + \delta_j) k_2 \\ k_3 \rightarrow (1 + \delta_j) k_3 \end{cases} \quad (7)$$

其中 δ_j 是第 j 个扇区的失谐量。所有失谐量构成的序列($\delta_0, \delta_1, \cdots, \delta_{N-1}$)被称为失谐模式;用该序列的标准差来衡量该失谐模式偏离谐调的程度,称为“失谐强度”。

当不考虑失谐及各扇区间由轮盘导致的耦合刚度时($k_d=0$),上述方程在连接各种电路时的模

态和受迫响应存在解析解^[28]。当考虑轮盘的扇区间耦合刚度时($k_d \neq 0$),即使针对谐调的情况目前亦无法给出全部解析解^[23]。随着失谐的引入,周期对称性不再存在,目前只能依靠数值求解来获得此类系统的模态和响应特性。

后续计算采用的参数如表 1 所示。由于不针对某个特定的结构,因此对参数进行了无量纲化,详细过程可以参考文献[18]。即可认为表 1 中所列的参数都没有单位或可以是任意单位,只要它们的相对大小体现出叶盘及压电结构的一般特征即可。参数的选择依据如下:①叶片的刚度是轮盘的扇区间耦合刚度的 1/10、叶片与轮盘的质量在一个数量级,以表述一种轻、薄的叶盘结构,这也是未来的设计趋势;②阻尼系数按叶片单独振动的阻尼比 0.5% 估算;③压电材料的参数按照 15% 左右的模态机电耦合系数估算。在对结果的讨论中还会进一步说明参数的合理性。

表 1 谐调叶盘模型的参数

Table 1 Parameters for the tune bladed disk model	
参数	数值
叶片刚度系数 k_3	1
叶片刚度系数 k_2	1
轮盘刚度系数 k_1	1.5
轮盘刚度系数 k_d	10
叶片阻尼系数 c_1	0.01
叶片阻尼系数 c_2	0.01
质量系数 m_1	12
质量系数 m_2	1
质量系数 m_3	1
力系数 η	0.01
本征电容 C_p	0.1
总叶片数 N	24

2 对谐调叶盘结构的振动抑制

目前主要有两种方法来评估一个压电结构的减振效果。一是在不同的外接电路下重复计算强迫响应,比较频带内的最大响应降低的程度^[23-24]。二是通过模态机电耦合系数(modal electromechanical coupling factor, MEMCF, 变量符号记为 k^2)来间接评估压电结构在各种电路下所能达到的最佳阻尼比^[11,16-17]。后者只需要进行两次模态分析就可以获得所有压电结构所能提供的最佳

模态阻尼比;比前者反复进行的频响曲线的计算要省时得多。但方法二的适用前提是响应中模态重叠较低的情形;要准确分析在复杂激振力下,有多个模态参与时的减振效果就更适宜采用第一种方法。

对于谐振叶盘,由于结构模态在周向呈周期性,因此只有少数满足“三重点”原则的模态能够被节径型流场激振力激起。因此,可以用上述的第二种方法直接预估各种电路形式所能达到的最佳减振效果。具体地,以分支电路为例,需要先做两次实模态分析,分别求出开路(OC)和短路(SC)状态下的固有频率,如图 3 所示,图中 NDI (nodal diameter index)表示节径数。

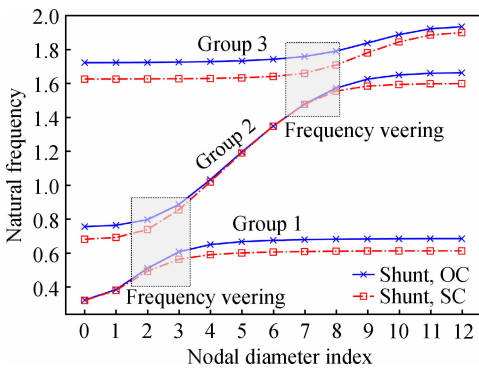


图 3 谐振叶盘在分支电路处于开路和短路状态下的固有频率-节径数图

Fig. 3 Modal frequency-NDI map of the tune bladed disk with shunt open and shunt short status

将模态按照节径数和频率的高低整理为 3 个模态族,每个模态族中都可观察到叶片主导振动(频率随节径数变化较缓)和轮盘主导振动(频率随节径数变化较大)。还可以观察到第 1、第 2 族模态在节径数为 2 和 3,以及第 2、第 3 族模态在节径数为 7 和 8 之间产生的频率转向。这些叶盘结构所普遍具有的一般性特征的出现,说明了表 1 中机械场参数选择的合理性。

根据定义^[29]

$$k^2 = \frac{\omega_{oc}^2 - \omega_{sc}^2}{\omega_{oc}^2} \tag{8}$$

计算叶盘结构在外接分支电路时的各阶模态机电耦合系数,其中 ω_{oc} 和 ω_{sc} 分别是同一种振型(或非常相似)的模态在开路和短路状态下的固有频率,结果如图 4 所示。

模态机电耦合系数的物理意义是:压电结构在以当前模态振动时,在机械场和电场间交换能量的能力^[11,16-17,29]。动力学模型(图 1)中,压电材

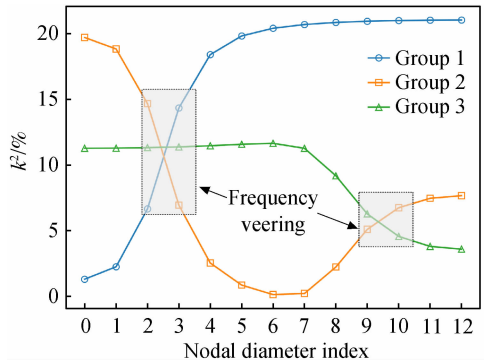


图 4 外接分支电路时,各模态族的机电耦合系数随节径数的变化规律

Fig. 4 MEMCF of each modal group with respect to NDI, when the shunted circuits are applied

料布置在叶片的“根部”,因此叶片振动主导的模态,尤其是叶根变形较大的模态(第一族)具有较大的机电耦合系数,这一预期在图 4 中得到了验证。此外,在频率转向区由于发生了振型交换^[1],因此模态机电耦合系数剧烈变化,且也产生的类似的“交换”效果。所有模态机电耦合系数的平均值在 10% 左右,根据文献中的现有研究^[11-17],这是一个合理的、可以用适量压电材料实现的水平。这同时说明了表 1 中电学参数选择的合理性。

可以证明,机电耦合系数决定了同一电路形式在不同阻抗下可达到的最佳模态阻尼比^[11]

$$\xi_r^{opt} \simeq \frac{k^2}{4} \tag{9}$$

$$\xi_{rl}^{opt} \simeq \sqrt{\xi_r^{opt}} \tag{10}$$

其中下标 rl 和 r 分别表示导纳由电阻-电感构成和仅由电阻构成。如果外接电路中有同步开关,其最佳阻尼比也是模态机电耦合系数正相关^[11],但尚未能找到解析的表达式。总之,无论导纳中有何种电路元件,其所能达到的最佳模态阻尼比总是与模态机电耦合系数呈单调增的关系。因此,只需通过计算分支(shunt)、并联(P-NW)、串联(S-NW)电路形式下叶盘结构的开/短路频率(如图 5 所示),就可以获得模态机电耦合系数,并评估这几种连接形式对各模态的减振效果。由于并联网络中有两处电路导纳,因此其短路有两种情况,分别用 short 1 和 short 2 标记。

由于分析各族模态的数据得出的结论是一致的,因此为了清晰起见,图 5 只展示了第 3 族模态在采用分支电路、串联网络和并联网络时,外接导纳处于短路和开路两种状态下的固有频率。对于分支电路,其开路($Y_1 = 0$)与短路($Y_1 = +\infty$)结果已在图 3 中展示,在图 5 中再次给出用作参照。

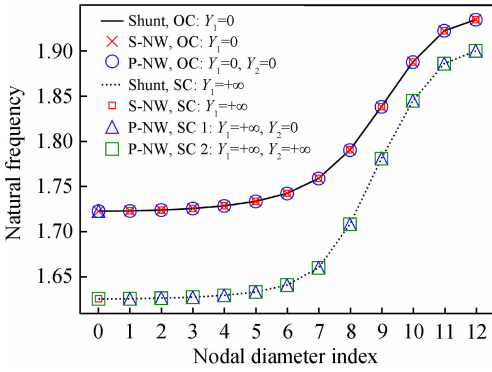


图 5 第三模态族在分支电路、串联网络和并联网络分别处于开/短路情况下的固有频率-节径数图

Fig. 5 Modal frequency-NDI map of the 3rd mode group, when the shunt circuit, series network and parallel network are short and open respectively

图 5 中关于串联网络的结果可以总结为两点结论:①串联网络导纳的开/短路只影响节圆型振动模态的固有频率,这说明只对节圆型振动模态有机电耦合,也只对节圆型振动产生模态阻尼;②串联网络对节圆型模态所能产生的最佳阻尼与分支电路的效果相等。这一结果可作如下解释:串联网络的导纳为开路($Y_1=0$)时,各压电片各自开路且不再互联,因此等价于分支电路的开路。串联网络的导纳被短路($Y_1=\infty$)时,相当于直接用导线将各压电片串联起来,电路方程(式(4))退化为

$$\sum_{j=0}^{N-1} V_{1,j} = 0 \quad (11)$$

注意到对于节径型振动,在分支电路开路时自然就满足式(11);而对于节圆型振动,需要在分支电路短路时才能满足式(11)。因此,串联网络短路时,对节径型振动的模态频率没有影响(仍相当于处于分支电路开路状态),只对节圆型振动的模态频率有影响(相当于分支电路短路)。

并联网络的导纳为开路($Y_1=Y_2=0$)时,等价于分支电路的开路。并联网络的导纳短路分为两种情况:① $Y_1=+\infty, Y_2=0$;② $Y_1=+\infty, Y_2=+\infty$ 。第一种情况只对节径型振动固有频率产生影响,对节圆型振动没有影响,恰好与串联网络的情况相反。这与文献[23]中用能量比例及强迫响

应分析得出的结论一致,也可以通过前述比较边界条件的等价性的方法来验证。为了使并联网络对节 $Y_1=+\infty, Y_2=0$ 圆型振动固有频率也产生影响,必须采用第二种短路情况,即需要在并联网络的正负极间直接引入导纳(即 Y_2)。

然而,无论是串联网络或是并联网络,其对各模态频率的最大影响仍然没能超出分支电路,这说明两种网络电路形式所能对各阶模态产生的机电耦合系数至多只能与分支电路持平。由于机电耦合系数唯一决定了由改变电路导纳所能产生的模态阻尼比的上限,因此可以定论:对于谐调叶盘结构,各扇区压电片之间互联并不能增加压电系统的阻尼性能。

由于谐调叶盘结构各模态的振动均是由单扇区振动沿周向“延拓”构成的,即并没有振动能量的局部化,因此引入压电网络后也就无法体现出网络电路能量传递效应的作用。这一话题将在后文中结合失谐叶盘展开论述。

3 对失谐叶盘结构的振动抑制

本节中考虑失谐的影响,并探讨网络电路的引入的影响及其机理。首先,以期望为 0,标准差为 3%的正态分布为概率模型生成的一组随机失谐模式(图 6),并分别施加分支电路、串联网络和并联网络,比较谐调和失谐时各模态机电耦合系数的变化,如图 7 所示。开展这一工作的目的是比较压电网络的阻尼作用如何受失谐影响。值得注意的是,按照模态机电耦合式(8)进行计算时,开路频率 ω_{oc} 和短路频率 ω_{sc} 理论上指的是“同一种机械振型”的模态。因此,不能简单地将开路和短路固有频率分别按照从低到高的顺序排列再顺次带入式(8),因为电导的开短路对每一种节径数振动频率的影响是非常不同的(图 3),有可能导致各振型出现的顺序发生改变。在本文中,先以一组频率(本文采用开路)为基准,分别在另一组频率(本文为短路)中找到节径谱和单扇区的振动均相似的振动。具体地,认为与第 j 阶开路模态相匹配的第 k 阶短路模态应使得以下指标最大:

$$S = M_{ac} [|F_{dt}(\{x_{3,j}\}_{oc})|, |F_{dt}(\{x_{3,j}\}_{sc})|] + M_{ac}(\{x_{1,m} \ x_{2,m} \ x_{3,m}\}_{sc}, \{x_{1,k} \ x_{2,k} \ x_{3,k}\}_{oc}) \quad (12)$$

其中第一部分计算是开、短路模态振型节径谱的相似程度;第二部分计算的是单个扇区振动的相似程度;指标 m 和 k 分别对应于短路和开路振型中变形最大的扇区编号; F_{dt} 指对周向变形构成的

数组进行离散傅里叶变换,其返回结果为复数,因此要求模后再进行下一步操作。 M_{ac} 指计算“模态置信因子”,这里用来表示两个向量的相似程度,其定义为

$$M_{ac}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = \frac{|\boldsymbol{x}^H \boldsymbol{y}|}{|\boldsymbol{x}| \cdot |\boldsymbol{y}|} \quad (13)$$

式(13)取值范围为 $[0, 1]$,因此式(12)中的 S 因子取值范围为 $[0, 2]$,越接近 2 表示两种叶盘结构的振型越相似。该因子不仅可用于计算 MEMCF,也适用于在两种失谐模式之间寻找最相似的振型。

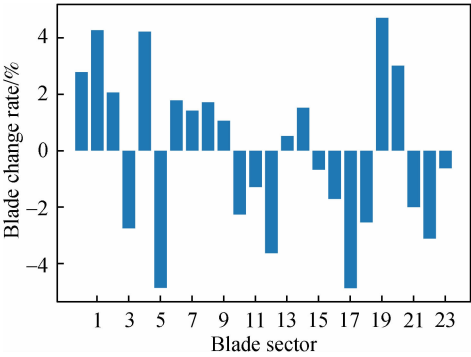


图 6 以期望为 0,标准差为 3%的正态分布为概率模型生成的一组随机失谐模式

Fig. 6 A mistune pattern generated by normal distribution with expectation of 0 and standard of 3%

由图 7 可见,分支电路的各模态机电耦合系数,在图 6 所示的失谐模式的影响下变化不大。并联网络(导纳 Y_2 总是开路,下同)总体上保持着与谐调结果的一致,例如对零节径振动 B 点的机电耦合系数为零。这是由于大部分模式振型并未发生剧烈的变化,图 8 给出了 C 点处的失谐模式振型,可以发现仍然保持着节径 1 的主要特征。然而,对零节径振动 A 点的模态机电耦合系数却远大于谐调的情况,这是由于该模式振型在失谐后发生了剧烈的变化,其振动只集中在了少数几个扇区(图 9(a))。当接入并联网络后,强制各扇区电压一致,因此在一定程度上达成了对振动能量的重新分配(图 9(b)),缓解了局部化。

串联网路叶盘结构在图 6 失谐模式下,除了仍然保持对节圆型振动的耦合(D 点),对少量节径型振动也产生耦合(E 点),这是由于失谐模式振型的节径谱不再单一所致。

为了进一步探究上述规律的普适性,对失谐叶盘的失谐模式进行了概率投点,共分为 11 种失谐强度($0 \sim 10\%$),均采用正态分布模型,每种失谐强度下,生成 1 000 个样本,分别计算每个失谐模式样本在分支、并联网络和串联网路下的各阶模态机电耦合系数。统计同一失谐强度下各样本

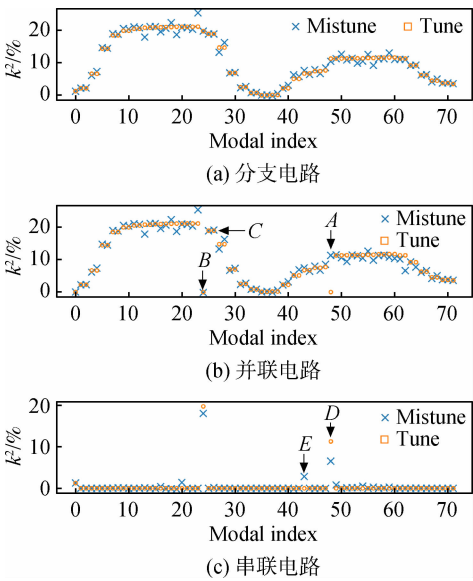


图 7 谐调及失谐叶盘结构在分别按照 3 类电路连接时模态机电耦合系数的对比

Fig. 7 Comparison of MEMCF with tune and mistune bladed disks under three external circuits

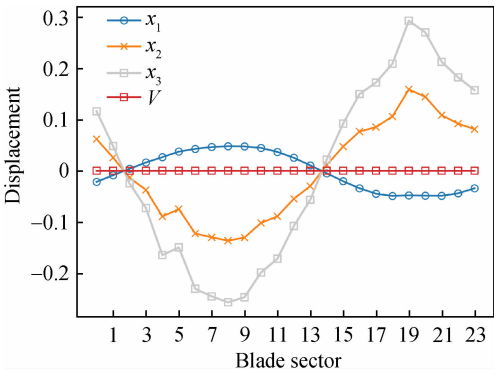
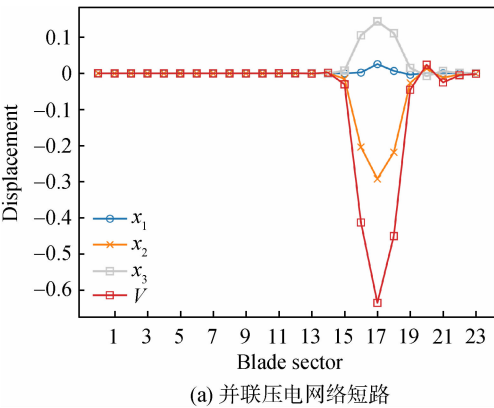


图 8 失谐叶盘结构第 25 阶模态的振型(压电网络闭合对,应于图 7 中的 C 点)

Fig. 8 The 25th modal shape (piezoelectric network closed) of the mistune bladed disk (marked by point C in Fig. 7)



(a) 并联压电网络短路

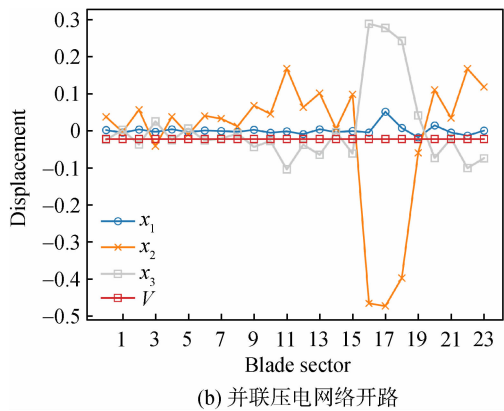


图 9 失谐叶盘结构的第 3 阶节模态振型
(对应于图 7 中的 A 点)

Fig. 9 The 3th modal shape (marked by point A in Fig. 7) of the mistune bladed disk

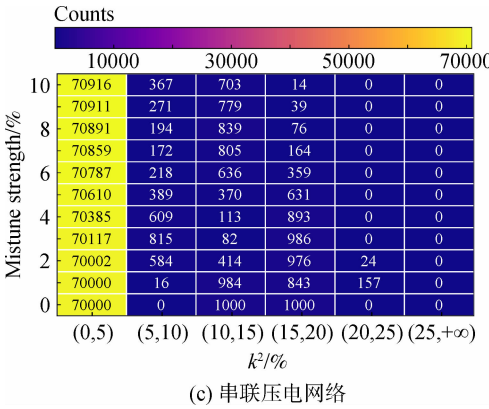
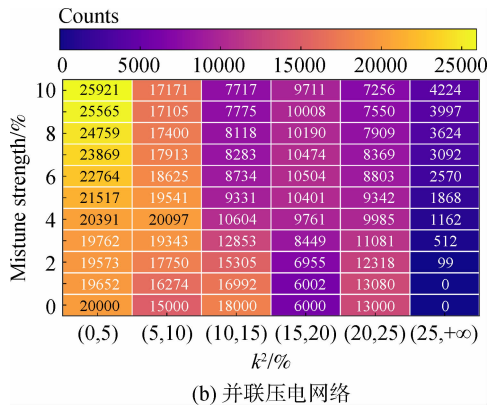


图 10 失谐叶盘的模态机电耦合系数的分布频次统计

Fig. 10 Frequency distribution statistics of MEMCF with mistuned bladed disks

由于失谐模态的受迫振动往往有多阶非节径型振动叠加而成,因此仅从模态机电耦合系数——作为最佳模态阻尼比的直接体现——这条线索来间接地评估压电网络的减振性能是不完善的。为此开展了强迫响应的计算。失谐模式仍然沿用图 6。根据图 3 中的频率转向区,取激励的阶次为 3,其实部和虚部沿周向的分布如图 11 所

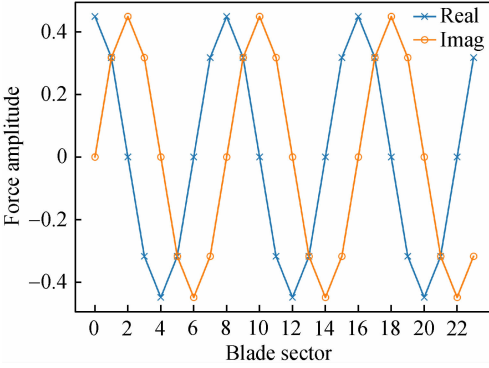
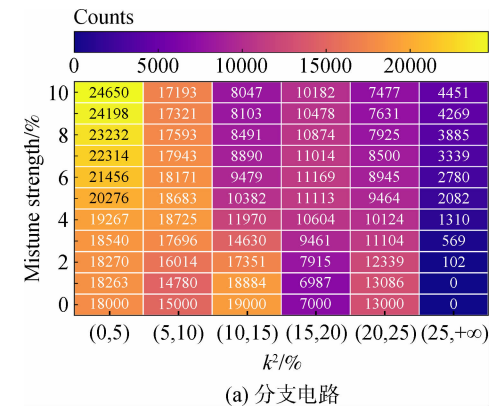


图 11 在强迫响应中所施加激振力实部和虚部沿周向的分布(按照阶次为 3 生成)

Fig. 11 Distribution of the real and imaginary parts of the excitation (generated according to engine-order 3)



示;激振力的频率范围涵盖图 3 中的第一个频率转向区(0.5,0.7)。

在分支电路开路的情况下,各扇区的频响曲线如图 12 所示,可以发现大部分扇区的响应幅值均大于谐调的情况;响应幅值最大的是扇区 5。在此基础上,分别在分支和并联网络上接入值为 $R=1,500,1\,000$ 的电阻,再次分析强迫响应,并按照相似的流程取出响应最大的扇区(最坏扇区),汇总结果见图 13。

随着电阻的引入,响应幅值得到了显著的降

低;进一步加大电阻,频带内的响应反而会增大,最终成为开路状态下的响应(简洁起见在图 13 中未显示),其幅值与短路的情况非常接近。对比发现此时并联网络与压电分支的数据几乎重合,说明网络连接在这里起到的是耗能的作用,并没有起到能量平衡的作用。这一点同样可以通过比较有/无电阻及有/无网络连接时的响应振型来体现,如图 14 所示。可以发现加入网络后并未对振型产生显著影响,这里主要是电阻的作用。

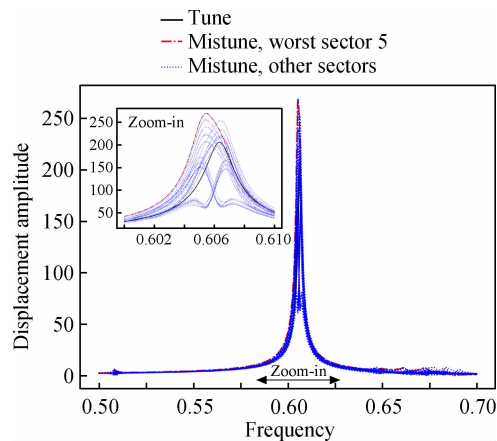


图 12 失谐叶盘结构各叶片的频响曲线
Fig. 12 Frequency response function of each blades of the bladed disk

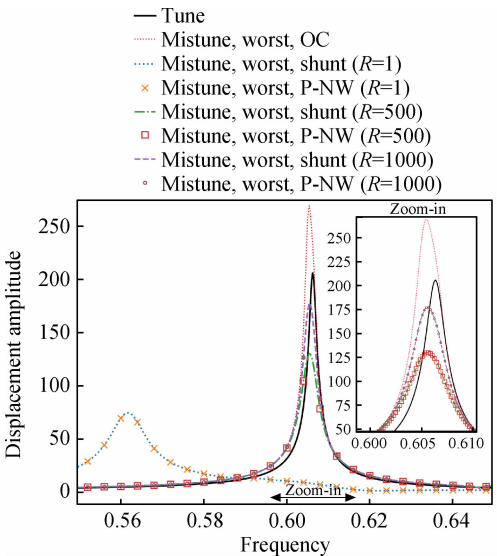


图 13 失谐叶盘结构在分别施加各种电路及电导纳时最坏扇区的频响曲线(失谐模式如图 6)
Fig. 13 Frequency response function of the worst blade in the bladed disk when varies electric circuits and admittance are applied (the mistune pattern is shown in Fig. 6)

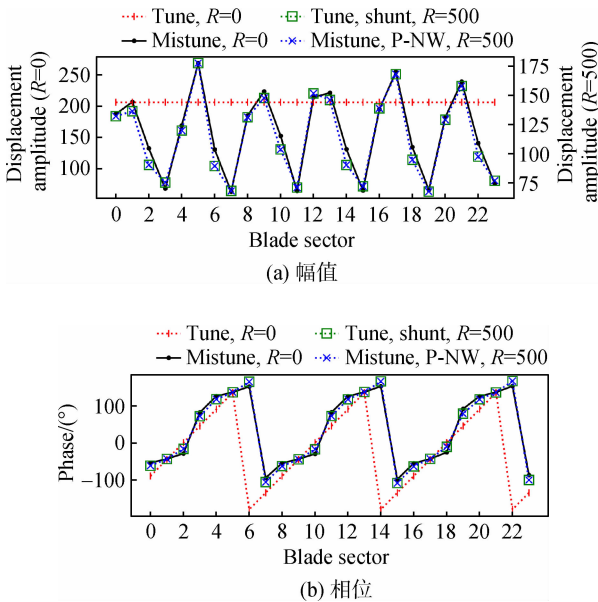


图 14 在外接不同电路时叶盘结构各扇区的响应幅值和相位
Fig. 14 Amplitude and phase of blades of the mistuned bladed disk when varies electric circuits and admittance are applied

4 非周期并联压电网络的构造

通过文中第 2 节、第 3 节分别针对谐调及失谐叶盘的研究,可以发现无论失谐与否,将所有叶片连入同一个压电网络,其作用主要体现在:①结合外接电导纳产生阻尼,这一效果不会超过压电分支;②不接导纳直接闭合网络,对特定的叶盘(比如图 6 中失谐模式)这一效果有可能仅相当于将各模态固有频率从开路调向短路,无法改变频带内的响应幅值,也就无法改善响应放大。

为了探究压电网络在力学原理上理应能起到的能量平衡作用,开展了构造非周期并联压电网络的初步探索工作。此时仍针对某个特定的失谐模式(图 6)和特定的激振力(图 11),但并联压电网络中不再包含所有叶片,其余没有在网络中的

叶片作开路处理。为了与能量耗散机理区分,这里也不再考虑任何电路元件,即直接用导线将选中的压电片并联起来。

先计算了从 24 个叶片中选 2 个构造并联压电网络(记为 P-NW-2),一共有 $C_{24}^2=276$ 种情况。各种情况下最坏叶片的频响曲线如图 15 所示,其中有 48 种情况抑制了响应放大(标记为蓝色),其余则对加剧了响应放大(标记为黄色)。由此获得了对响应放大最具抑制作用的前 3 种网络连接,所连接的叶片编号分别是:(4,19)、(3,20)、(0,7)。它们分别可以将失谐叶盘的最坏叶片响应峰值从 261 降低到 228、229 和 230。由于此时电路中没有任何原因,因此这一效应是完全由扇区间因为网络连接所导致的能量流产生的。

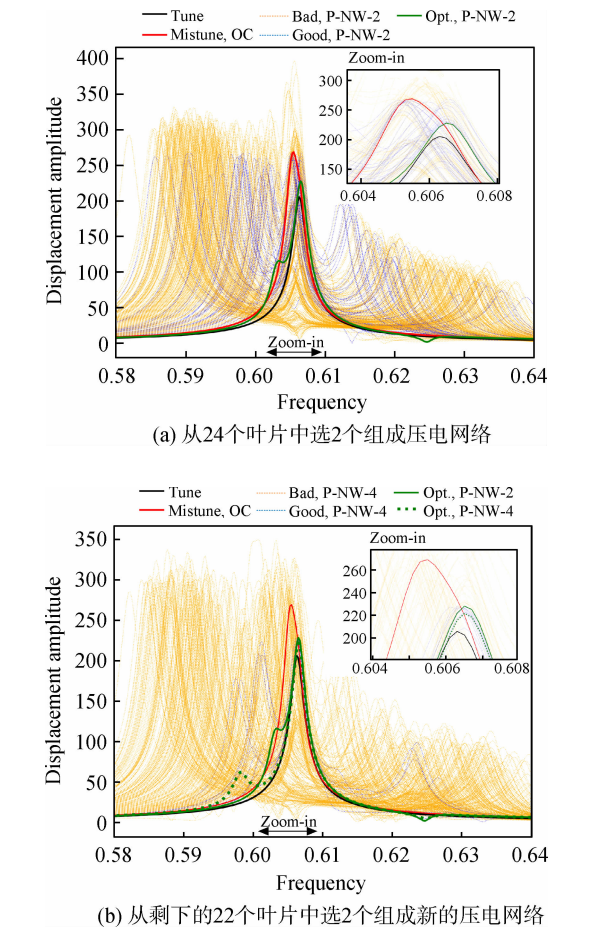


图 15 所有可能的二组件压电网络的频响曲线
Fig. 15 Frequency response functions of all possible combinations for two-blade piezoelectric network

为了便于总结这些可抑制响应放大的压电网络中两个叶片的选择规律,将图 14 中分支开路状态下失谐叶盘各扇区两两之间的位移差的幅值和

相位进行了绘图,分别见于图 16(a)和图 16(b)。在图中还标记了所有可抑制响应放大的二组件压电网络(用白色的×),最佳的 3 个压电网络用白色的○标记。可以发现这些有利的网络连接几乎都是沿着相对位移较小的区域分布;但反之又不完全成立,即相对位最小的组合不一定能降低响应幅值。从位移差的相位上不能看出明显的趋势。这一规律虽然不能在不进行任何试算之前,仅凭各扇区的相对位移就确定最佳的二组件并联网络连接,但至少可以使在以后的优化中缩小搜索的范围(例如直接排除掉相对位移大于某个阈值的候选网络)。

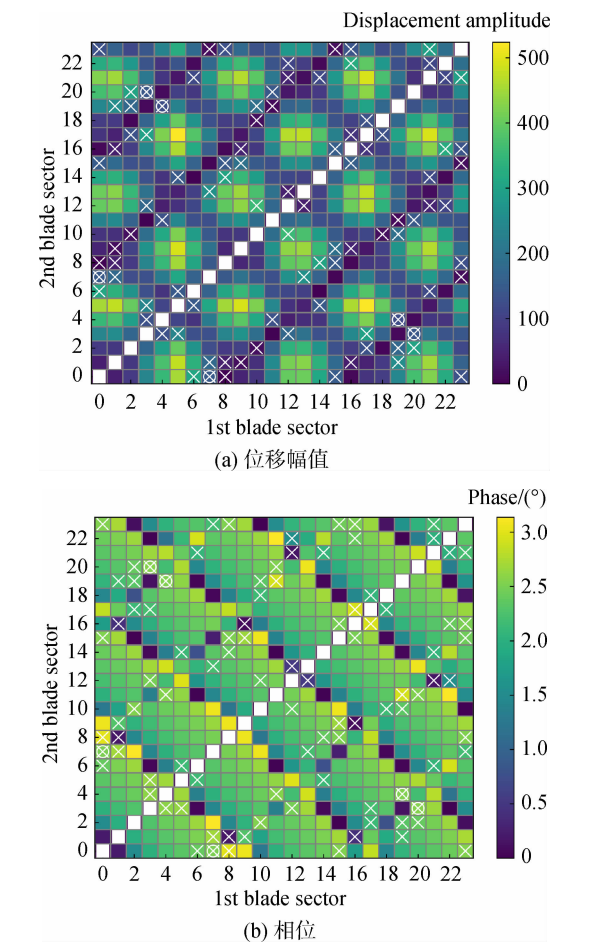


图 16 失谐叶盘各扇区相对位移(失谐模式如图 6)
Fig. 16 Relative displacement of each sector of the mistuned bladed disk (the mistune pattern is shown in Fig. 6)

在已经具有最佳二组件压电网络(4,19)的叶盘结构上,继续进行了优化,即从剩下的 22 个叶片中继续选出 2 个组成第二个压电网络(记为 P-NW-4),此时需计算 $C_{22}^2=231$ 种情况,只有少数几种情况可以使得响应进一步降低,最佳的叶片

组合是(3,20),同时也恰好是第一次优化时第二好的组合。响应幅值进一步降低至 221。

谐调、失谐并分支开路、失谐并最佳二组件并联网络(4,19),失谐并最佳双压电网络[(4,19),(20,3)]情况下叶盘结构的最坏频响曲线如图 17(a)所示,在峰值频率处的响应振型如图 17(b)所示。可以清晰地发现压电网络的引入改变了响应相位差、原响应最大的第 5 扇区现在的峰值很接近谐调响应。

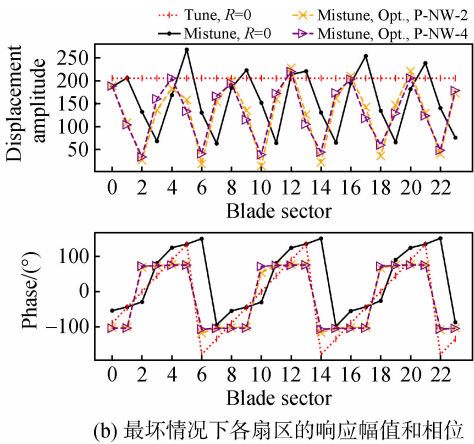
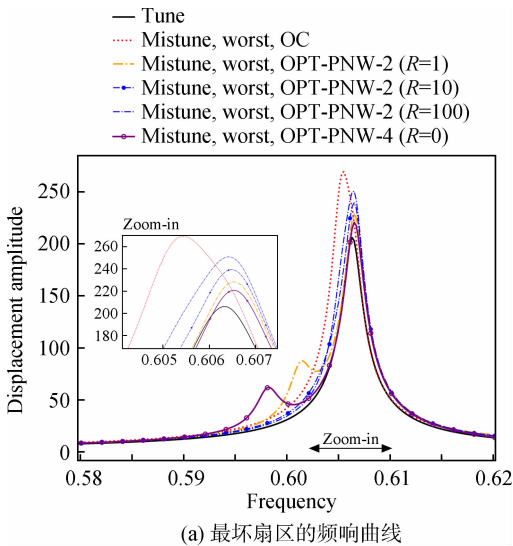


图 17 失谐叶盘结构在分别施加各种电路时的响应 (失谐模式如图 6)

Fig. 17 Forced response of bladed disk when each electric circuits are applied (the mistune pattern is shown in Fig. 6)

最后,计算了在二组件最佳压电网络中加入电阻的情况,结果如图 17(a)所示。可以发现此时加入电阻居然破坏了上述“去局部化”效果,导致了响应幅值的增大。这说明能量平衡和能量耗散机理似乎无法轻易共存。

5 结 论

为阐明压电网络用于叶盘结构减振的机理,基于集总参数模型对带有分支、并联网络、串联网路 3 类电路的叶盘结构开展了数值研究,结论如下:

1) 对于谐调叶盘结构,将所有扇区压电片互连到同一个并联或串联网路并不能增加系统的阻尼性能。通过增加一个并联阻抗,并联网络可适用于节圆和节径型振动,其阻尼性能与分支电路持平;串联网路只在节圆型振动上有效且与分支电路持平。

2) 对于失谐叶盘结构,将所有扇区压电片互连到同一个并联或串联网路并不能显著增加系统的阻尼性能。并联电路的阻尼性能与分支电路大致相当。串联网路仍只能为少数以节圆振型为主的模态提供阻尼。

3) 对于某个特定的叶盘结构,在其失谐模式和外部激振力已知且不变的情况下,只将少数叶片连入网络,无需加入任何电路元件就可以达到降低失谐响应放大效应的作用,这表明压电网络的能量平衡效应确实可以用于失谐叶盘。在建立二组件压电网络时,倾向于选择那些相对位移较小的扇区进行连接。

4) 初步的计算说明能量平衡和能量耗散机理似乎无法轻易共存。为了达成能量平衡,需要只连接少数的叶片到网络中,且不需要设置电阻消耗能量;为了达成能量耗散,却需要把所有叶片连入。如果在以能量平衡为目的,只连接了少数叶片的网络中加入电阻,就会破坏能量的交换,但以此带来的能量损耗又远不及将所有叶片连入的情况,因此无法有效降低振动。

5) 在研究过程中,本文提出的在失谐和谐调叶盘模态间找到“最相似”振型的方法也适用于分析一般循环/拟循环周期结构。

6) 还可以深入研究的工作包括:对非周期压电网络的完整优化,考虑更多的组件数目,随之而来的是计算量的暴增;寻求上述关于失谐叶盘压电网络相关结论的理论证明或解释。

参考文献:

[1] 王建军,李其汉.航空发动机叶盘结构流体激励耦合振动[M].北京:国防工业出版社,2017.
[2] 姚建尧,高阳,王建军.航空发动机失谐叶盘动态特性研究进展[J].航空制造技术,2016(21):76-85.
YAO Jianyao,GAO Yang,WANG Jianjun. A review of dynamic characteristics of mistuned bladed disks[J]. Aero-

- nautical Manufacturing Technology, 2016(21):76-85. (in Chinese)
- [3] 李琳, 刘久周, 李超. 航空发动机中的干摩擦阻尼器及其设计技术研究进展[J]. 航空动力学报, 2016, 31(10):2305-2317.
- LI Lin, LIU Jiuzhou, LI Chao. Review of the dry friction dampers in aero-engine and their design technologies[J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(10):2305-2317. (in Chinese)
- [4] RIZVI A, SMITH C W R, RAJASEKARAN K E. Dynamics of dry friction damping in gas turbines: literature survey[J]. Journal of Vibration and Control, 2016, 22(1):296-305.
- [5] GRIPP J A B, RADE D A. Vibration and noise control using shunted piezoelectric transducers: a review[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 112:359-383.
- [6] YAN B, WANG K, HU Z, et al. Shunt damping vibration control technology: a review[J]. Applied Sciences, 2017, 7(5):494.
- [7] MIN J B, DUFFY K P, CHOI B B, et al. Numerical modeling methodology and experimental study for piezoelectric vibration damping control of rotating composite fan blades[J]. Computers and Structures, 2013, 128:230-242.
- [8] SÉNÉCHAL A. Réduction de vibrations de structure complexe par shunts piézoélectriques-application aux turbomachines[D]. Paris, France: Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM), 2011.
- [9] MOKRANI B. Piezoelectric shunt damping of rotationally periodic structures[D]. Brussels, België: Université libre de Bruxelles, 2015.
- [10] BACHMANN F, OLIVEIRA R D E, SIGG A, et al. Passive damping of composite blades using embedded piezoelectric modules or shape memory alloy wires: a comparative study[J]. Smart Materials and Structures, 2012, 21(7):075027. 1-075027. 13.
- [11] THOMAS O, DUCARNE J, DEÛ J F. Performance of piezoelectric shunts for vibration reduction[J]. Smart Materials and Structures, 2012, 21(1):015008. 1-015008. 16.
- [12] DUCARNE J, THOMAS O, DEÛ J F. Placement and dimension optimization of shunted piezoelectric patches for vibration reduction[J]. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331(14):3286-3303.
- [13] PARK C H, INMAN D J. Enhanced piezoelectric shunt design[J]. Shock and Vibration, 2003, 10(2):127-133.
- [14] MARNEFFE B D E, PREUMONT A. Vibration damping with negative capacitance shunts: theory and experiment[J]. Smart Materials and Structures, 2008, 17(3):035015. 1-035015. 9.
- [15] JI H, QIU J, CHENG L, et al. Semiactive vibration control based on unsymmetrical synchronized switch damping: analysis and experimental validation of control performance[J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 370:1-22.
- [16] 李琳, 马皓晔, 范雨, 等. 用于叶片减振的压电材料分布拓扑优化[J]. 航空动力学报, 2019, 34(2):257-266.
- LI Lin, MA Haoye, FAN Yu, et al. Topological optimization of piezoelectric materials on the blades for vibration reduction of bladed disks[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(2):257-266. (in Chinese)
- [17] 李琳, 田开元, 范雨, 等. 基于拓扑优化的叶盘压电阻尼器性能研究[EB/OL]. [2019-10-14]. <https://doi.org/10.13675/j.cnki.tjjs.190208>.
- [18] LIU J, LI L, FAN Y. A comparison between the friction and piezoelectric synchronized switch dampers for blisks[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2018, 29(12):2693-2705.
- [19] XIE W, WANG X. Vibration mode localization in one-dimensional systems[J]. AIAA Journal, 1997, 35(10):1645-1652.
- [20] 臧朝平, 兰海强. 失谐叶盘结构振动问题研究新进展[J]. 航空工程进展, 2011, 2(2):133-142.
- ZANG Chaoping, LAN Haiqiang. Advances in research vibration problem of mistuned blisk assemblies[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2011, 2(2):133-142. (in Chinese)
- [21] 段勇亮, 臧朝平, PETROV E P. 主动失谐叶盘振动特性及鲁棒性研究[J]. 航空发动机, 2015, 41(6):6-10.
- DUAN Yongliang, ZANG Chaoping, PETROV E P. Research on vibration performance and robustness of bladed disks with intentional mistuning[J]. Aeroengine, 2015, 41(6):6-10. (in Chinese)
- [22] TAN Y, ZANG C, PETROV E P. Mistuning sensitivity and optimization for bladed disks using high-fidelity models[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 124:502-523.
- [23] LI L, DENG P, FAN Y. Dynamic characteristics of a cyclic-periodic structure with a piezoelectric network[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2015, 28(5):1426-1437.
- [24] LIU J, LI L, FAN Y, et al. Research on vibration suppression of a mistuned blisk by a piezoelectric network[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2018, 31(2):286-300.
- [25] MOKRANI B, BASTAITS R, HORODINCA M, et al. Parallel piezoelectric shunt damping of rotationally periodic structures[J]. Advances in Materials Science and Engineering, 2015, 2015:162782. 1-162782. 12.
- [26] YU H, WANG K W. Vibration suppression of mistuned coupled-blade-disk systems using piezoelectric circuitry network[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2009, 131(2):021008. 1-021008. 12.
- [27] DENG P, LI L, LI C. Study on vibration of mistuned bladed disk with bi-periodic piezoelectric network[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2017, 231(2):350-363.
- [28] FAN Y, LI L. Vibration dissipation characteristics of symmetrical piezoelectric networks with passive branches[R]. ASME Paper GT2012-69208, 2012.
- [29] PREUMONT A. 机电耦合系统和压电系统动力学[M]. 李琳, 范雨, 刘学, 译. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2014.

(编辑: 王碧琚)